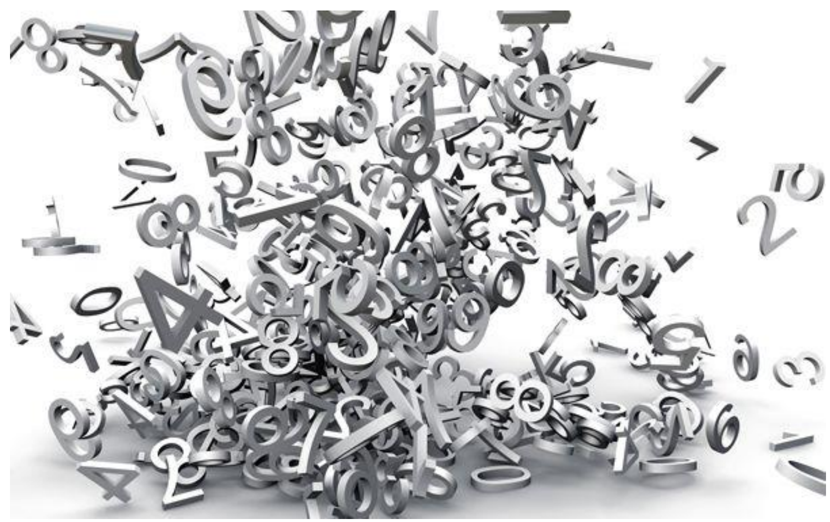
Ensembles de nombres

définitions et notations



1. Définitions et notations

1. Nombres entiers naturels

Un nombre entier naturel est **un nombre entier qui est positif**

L'ensemble des **nombres entiers naturels** est noté $\mathbb{N}$.

$\mathbb{N}$ = **{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 … }**

Exemples : **4** $\in \mathbb{N}$ et **–2** $\in \mathbb{N}$

2. Nombres entiers relatifs

Un nombre entier relatif est un nombre **un nombre entier qui est positif ou négatif**.

L'ensemble des **nombres entiers relatifs** est noté $\mathbb{Z}$.

$\mathbb{Z}$ = **{… ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; … }**

Exemples : **–2** $\in \mathbb{Z}$; **5** $\in \mathbb{Z}$ et **0,33** $\in \mathbb{Z}$

3. Nombres décimaux

Un nombre décimal peut s'écrire **avec un nombre fini de chiffres après la virgule.**

L'ensemble des **nombres décimaux** est noté $\mathbb{D}$.

Exemples $\mathbf{0{,}56} \in \mathbb{D}$; $\mathbf{3} \in \mathbb{D}$; $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$ mais $\frac{3}{4} \in \mathbb{D}$

4. Nombres rationnels

Un nombre rationnel peut s'écrire sous la forme **d'un quotient $\frac{a}{b}$ avec a un entier et b un entier non nul**. L'ensemble des **nombres rationnels** est noté $\mathbb{Q}$.

Exemples : $\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$; $4 \in \mathbb{Q}$; $-4{,}8 \in \mathbb{Q}$ et $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

5. Nombres réels

L'ensemble des **nombres réels** est noté $\mathbb{R}$. C'est l'ensemble de tous les nombres que nous utiliserons en classe de seconde.

Exemples : 2 ; 0 ; -5 ; $0{,}67$; $\frac{1}{3}$; $\sqrt{3}$ ou π **appartiennent à** $\mathbb{R}$.

6. Ensemble vide

Un ensemble **qui ne contient pas de nombre** s'appelle l'**ensemble vide** et se note $\emptyset$.

7. Symbole d'exclusion

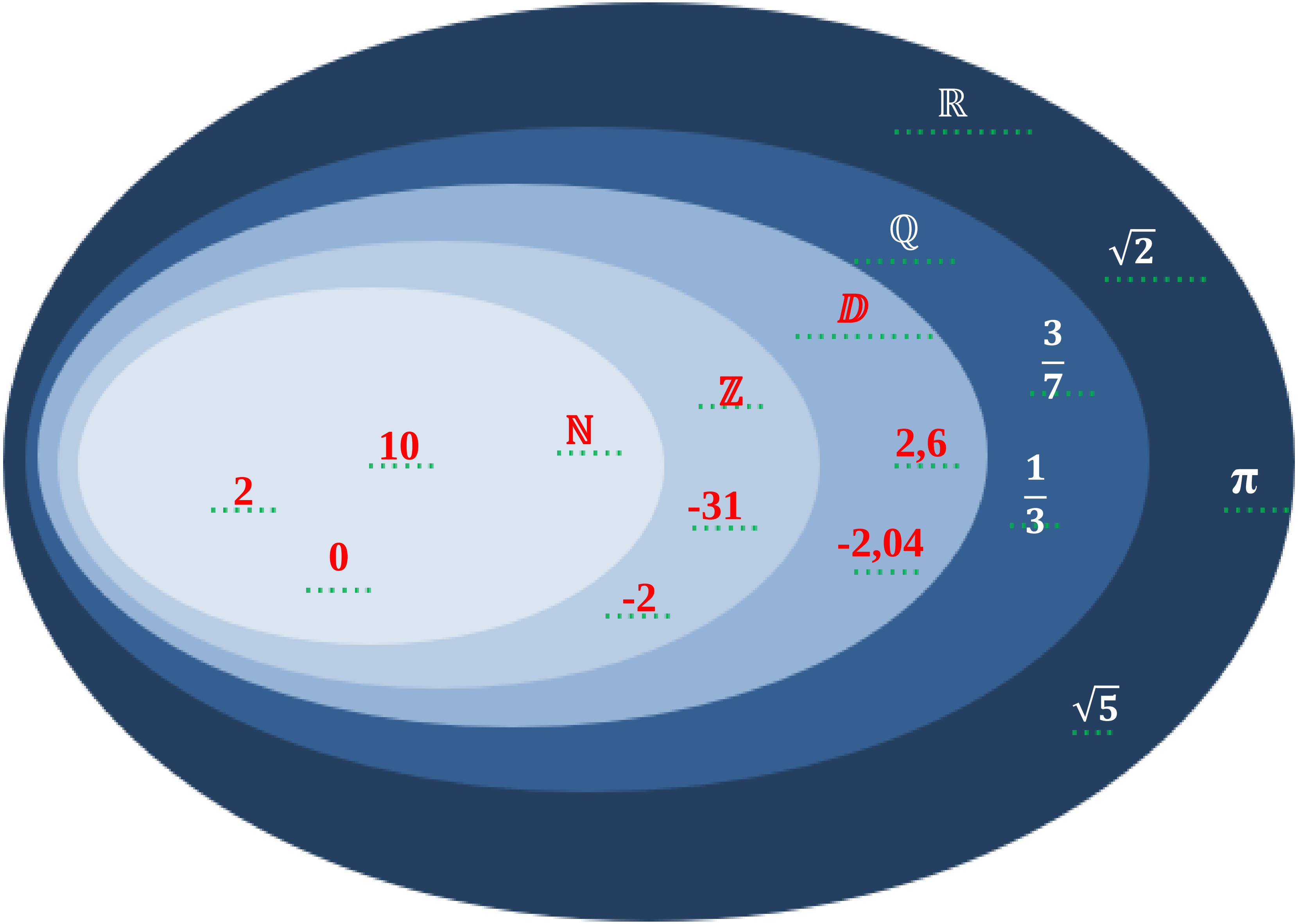
Le signe * exclut le nombre 0 d'un ensemble. Par exemple, $\mathbb{R}$ * est l'ensemble des nombres réels privé de 0.

8. Inclusions

Tous les nombres de l'ensemble des entiers naturels $\mathbb{N}$ appartiennent à l'ensemble des entiers relatifs $\mathbb{Z}$.

On dit que l'ensemble $\mathbb{N}$ est **inclus** dans l'ensemble $\mathbb{Z}$. On note : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

On a également les inclusions suivantes : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

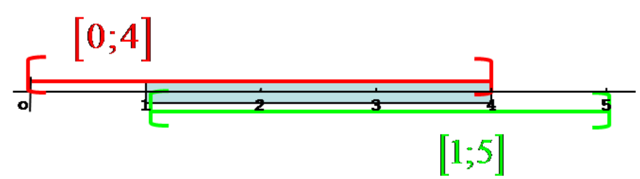


ℝ
ℚ
𝔻
ℤ
ℕ
10
2
0
-31
-2
2,6
-2,04
$\frac{3}{7}$
$\frac{1}{3}$
$\sqrt{2}$
π
$\sqrt{5}$

Ensembles de nombres

intervalles de $\mathbb{R}$

Déterminons : $[0;4]\cap[1;5]$

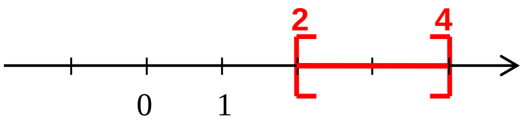


$$\boxed{[0;4]\cap[1;5]=[1;4]}$$

2. Intervalles de $\mathbb{R}$

1. Notations

L'ensemble de tous les nombres réels x tels que $2 \leq x \leq 4$ peut se représenter sur une droite graduée.

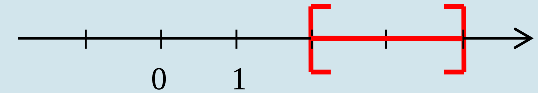
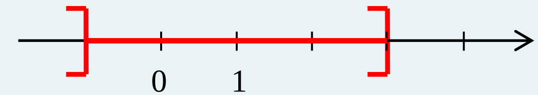
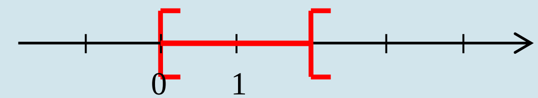
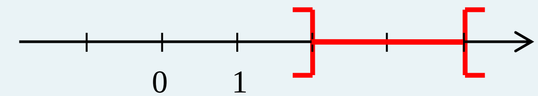
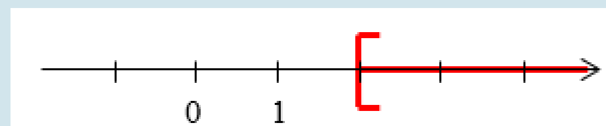
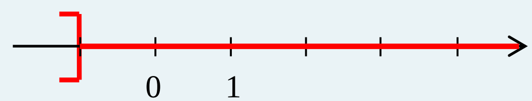
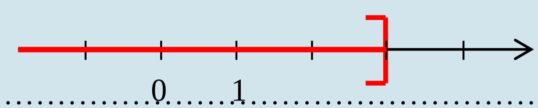
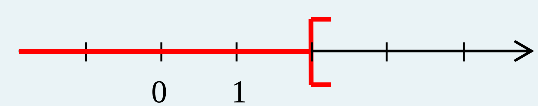


Cet ensemble est appelé un intervalle et se note : [2 ; 4]

Exemple :

L'ensemble de tous les nombres réels x tels que $-2 \leq x \leq 7$ se note : [-2 ; 7].

On a par exemple : $4 \in [-2\,;7]$; $-1 \in [-2\,;7]$ et $8 \notin [-2\,;7]$

Nombres réels x	Notation	Représentation
$2 \leq x \leq 4$	**[2 ; 4]**	
$-1 < x \leq 3$	**] -1 ; 3]**	
$0 \leq x < 2$	**[0 ; 2 [**	
$2 < x < 4$	**] 2 ; 4 [**	
$x \geq 2$	**[2 ; +∞ [** ∞ désigne **l'infini**	
$x > -1$	**] -1 ; +∞ [**	
$x \leq 3$	**] -∞ ; 3]**	
$x < 2$	**] -∞ ; 2 [**	

Remarque :
L'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ est un intervalle qui peut se noter] -∞ ; +∞ [

Méthode : Donner les solutions d'une inéquation
Résoudre l'inéquation $2x - 3 < 4$ et donner les solutions sous forme d'un intervalle :

$$2x - 3 < 4$$

$$2x < 4 + 3$$

$$2x < 7$$

$$x < \frac{7}{2}$$

L'ensemble des solutions est l'intervalle $]-\infty ; \frac{7}{2}[$

2. Intervalle ouvert et intervalle fermé

Définitions :

On dit qu'un intervalle est **fermé** si ses extrémités appartiennent à l'intervalle.

On dit qu'il **ouvert** dans le cas contraire.

Exemples :

- L'intervalle [-2 ; 5] est un intervalle **fermé**……………

On a : **$-2 \in [-2\ ;\ 5]$ et $5 \in [-2\ ;\ 5]$**……………………………………

- L'intervalle]2 ; 6[est un intervalle **ouvert**……………

On a : **$2 \in]2\ ;\ 6[$ et $6 \in]2\ ;\ 6[$**……………

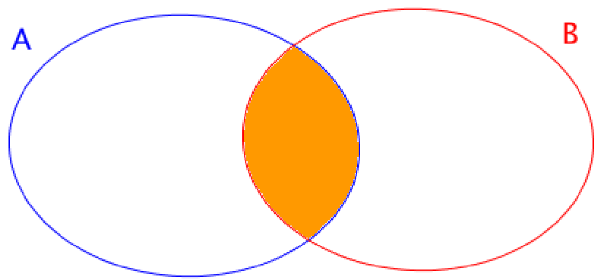
- L'intervalle]6 ; +∞ [est également un intervalle **ouvert**……………

3. Intersections et unions d'intervalles

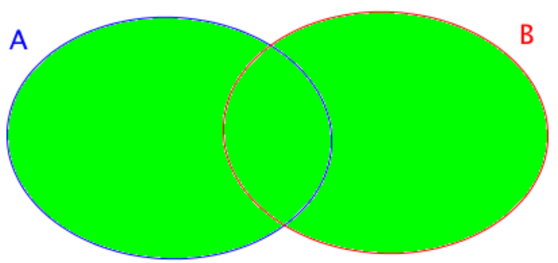
Définitions :

- L'**intersection** de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments **qui appartiennent à A et à B** et se note **A∩B**.
- La **réunion** de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments **qui appartiennent à A ou à B** et se note **A∪B**.

A∩B



A∪B



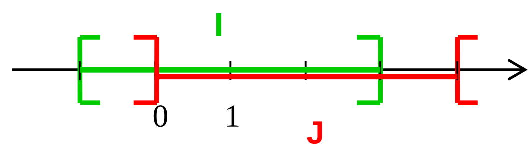
Méthode : Déterminer l'intersection et la réunion d'intervalles

Dans les cas suivants, déterminer l'intersection et la réunion des intervalles I et J :

1) I =[-1 ; 3] et J =]0 ; 4[2) I =] -∞ ; -1] et J = [1 ; 4]

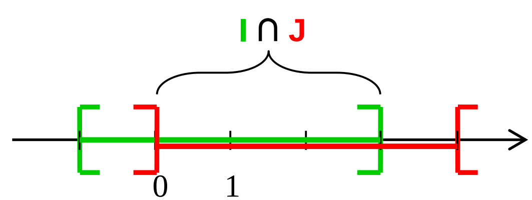
1) Pour visualiser les ensembles solutions, on peut représenter les intervalles **I** et **J**

sur un même axe gradué .



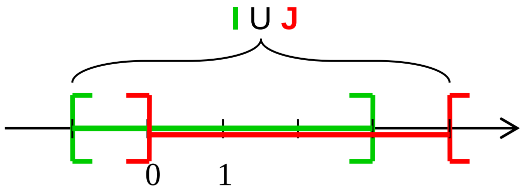
Les nombres de l'intersection des deux ensembles sont les nombres qui appartiennent à la fois aux deux ensembles. Il s'agit donc de la zone de l'axe gradué où les deux ensembles se superposent.

Ainsi I ∩ J = **]0 ; 3].** .



Les nombres de la réunion des deux ensembles sont les nombres qui appartiennent au moins à l'un des deux ensembles. Il s'agit donc de la zone de l'axe gradué marquée soit par l'intervalle I soit par l'intervalle J.

Ainsi I ∪ J = **[-1 ; 4[.** .



2) I ∩ J = **Ø**, car les ensembles I et J n'ont pas de zone en commun.

I ∪ J = **] -∞ ; -1] ∪ [1 ; 4]**